

# $1^\infty$ Belirsizliği

Bu sorunun cevabına geçmeden önce belirsizlik kavramı üzerinde durmak istiyorum. Limit konusundaki 7 adet belirsizlik türlerini biliyoruz. Bu ifadelerin ortak yönlerini sorguladığımız zaman belirsizliğin ne demek olduğunu ortaya koymuş olacağız. Eğer dikkatli ve detaylı bir inceleme yaparsak belirsizlikler bir ifadenin limitini aldığımızda birden fazla sonucunun olmasından kaynaklanmaktadır. Peki  $1^\infty$  ifadesinin belirsizliğine gelelim. Genelde bu ifadeye lise yıllarında 1 olduğunu iddaa edip matematik öğretmenlerimizi çılgına çevirmişizdir. Şimdi bu ifadenin belirsiz olduğunu göstermek için yukarıda bahsettiğimiz durumu kullanacağız. Yani  $1^\infty$  ifadesinin birden fazla cevabının olduğunu göstereceğiz.

**ÖRNEK:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = ?$  ( $1^\infty$  sonsuz belirsizliği vardır.)

$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n = y$  olsun.

$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln y$  (eşitliğin her iki yanının logaritmasını aldık.)

$\lim_{n \rightarrow \infty} \ln(1 + \frac{1}{n}) \cdot \frac{1}{n} = \frac{0}{0}$  belirsizliği vardır. L'Hospital kuralını uygularsak,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln y$  olur. Şimdi eşitliğin her iki yanını e üzerine alırsak,

$e^{\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \ln y}$  olur.  $y = e^1 = e$  dir. Sonuç olarak  $1^\infty$  belirsizliği olan ifadenin limitini e bulduk. Farklı bir örnek inceleyelim;



**ÖRNEK:**  $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + n)^{\frac{2}{n}} = ?$  ( $1^\infty$  sonsuz belirsizliği vardır.) aynı işlemleri uygularsak,

$$\lim_{n \rightarrow 0} (1 + n)^{\frac{2}{n}} = y \text{ olsun.}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} (1 + n)^{\frac{2}{n}} = \lim_{n \rightarrow 0} \ln y \text{ (eşitliğin her iki yanının logaritmasını aldık.)}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \ln(1 + n)^{\frac{2}{n}} = \frac{0}{0} \text{ belirsizliği vardır. L'Hospital kuralını uygularsak,}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{2}{n+1} = 2 = \lim_{n \rightarrow 0} \ln y \text{ olur. Şimdi eşitliğin her iki yanını e üzerine alırsak,}$$

$$e^{\lim_{n \rightarrow 0} (1+n)^{\frac{2}{n}}} = e^{\lim_{n \rightarrow 0} \ln y} \text{ buradan da } y = e^2 \text{ olarak bulunur.}$$

Bir önceki örnekte  $1^\infty$  sonsuz belirsizliği olan ifadenin limitini e olarak bulmuştuk ama yine  $1^\infty$  sonsuz belirsizliği olan başka bir ifadenin limitini  $e^2$  olarak bulduk. İsterseniz  $1^\infty$  sonsuz belirsizliği olan bir çok ifade bulup daha da farklı sonuçlara ulaşabilirsiniz. Umarım bu makalenin sonunda  $1^\infty$  belirsizliği hakkındaki taşlar yerli yerine oturmuştur.

SERCAN KOÇAK

28/02/2010

